

Материалы к Главе VI

Классификация магнетиков

1. Диамагнетики.

Молекулы (атомы) не обладают постоянным магнитным моментом в отсутствие внешнего поля. При внесении в магнитное поле орбитальное движение электронов в молекулах и атомах изменяется, молекулы (атомы) приобретают индуцированный суммарный момент и становятся источниками дополнительного поля. При снятии внешнего поля магнетик размагничивается.

Примеры: инертные газы, CO_2 , H_2O , Cu , Ag , Bi .

2. Парамагнетики.

Орбитальное движение электронов в молекулах (атомах) (также как и "собственное" движение электронов) таково, что **молекулы (атомы) обладают магнитным моментом** при отсутствии внешнего магнитного поля. Без внешнего поля магнитные моменты отдельных молекул (атомов) ориентированы беспорядочно и индукция создаваемого ими суммарного магнитного поля равна нулю. При внесении магнетика в поле магнитные моменты переориентируются в магнитном поле, образуя суммарный не равный нулю магнитный момент. При снятии внешнего поля магнетик размагничивается.

Примеры: O_2 , Al , Pt , хлористое железо FeCl_3 .

3. Ферромагнетики (ферримагнетики, геликоидальные магнетиками, спиновые стекла и т.д.).

Механизм намагничивания связан с наличием у электрона постоянного магнитного момента, обусловленного в свою очередь наличием у него постоянного механического момента – **спина**. Спин может обладать также и молекула (атом). При снятии внешнего поля благодаря **взаимодействию между спинами** магнетик остается намагниченным. Объяснение спинового магнетизма выходит за рамки классической теории электричества и лежит в области квантовой теории.

Примеры: Fe , Ni , Co , Tb , Dy , Gd (и их сплавы), магнитные окислы со структурой шпинели NiFe_2O_4 , граната $\text{Tb}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, перовскита DyFeO_3 .

Граничные условия при наличии магнетиков

$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0,$	$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$	$B_{2n} - B_{1n} = 0;$
$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 J + \mu_0 J_m,$	$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \mathbf{j}_m,$	$\mathbf{B}_{2\tau} - \mathbf{B}_{1\tau} = -\mu_0 [\mathbf{n}, \mathbf{i} + \mathbf{i}_m];$
$\oint_L \mathbf{I} \cdot d\mathbf{l} = J_m,$	$\operatorname{rot} \mathbf{I} = \mathbf{j}_m,$	$\mathbf{I}_{2\tau} - \mathbf{I}_{1\tau} = -[\mathbf{n}, \mathbf{i}_m];$
$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = J,$	$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j},$	$\mathbf{H}_{2\tau} - \mathbf{H}_{1\tau} = -[\mathbf{n}, \mathbf{i}].$

Три последних соотношения для теоремы о циркуляции (и соответствующих граничных условий) в обеих формах не являются независимыми, одно из них является линейной комбинацией остальных двух.

Эти соотношения не зависят ни от формы поверхности, ни от величины и характера распределения токов проводимости и намагничивания по поверхности.

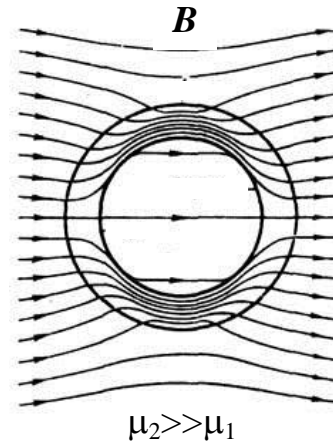
Граничные условия для линейных изотропных магнетиков

Воспользуемся материальными уравнениями:

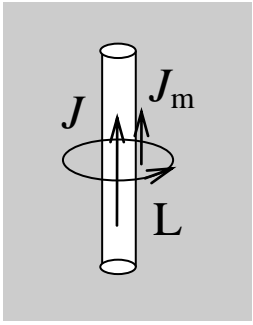
$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{I} = (\mu - 1) \mathbf{H} \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \frac{\mu}{\mu - 1} \mathbf{I}.$$

\mathbf{B}	\mathbf{I}	\mathbf{H}
$B_{2n} - B_{1n} = 0,$	$\frac{\mu_2}{\mu_2 - 1} I_{2n} - \frac{\mu_1}{\mu_1 - 1} I_{1n} = 0,$	$\mu_2 H_{2n} - \mu_1 H_{1n} = 0;$
$B_{2\tau} - B_{1\tau} = -\mu_0 [n, i + i_m],$	$\frac{\mu_2}{\mu_2 - 1} I_{2\tau} - \frac{\mu_1}{\mu_1 - 1} I_{1\tau} = -[n, i + i_m],$	$\mu_2 H_{2\tau} - \mu_1 H_{1\tau} = -[n, i + i_m];$
$\frac{\mu_2 - 1}{\mu_2} B_{2\tau} - \frac{\mu_1 - 1}{\mu_1} B_{1\tau} = -\mu_0 [ni_m],$	$I_{2\tau} - I_{1\tau} = -[ni_m],$	$(\mu_2 - 1) H_{2\tau} - (\mu_1 - 1) H_{1\tau} = -[ni_m];$
$\frac{1}{\mu_2} B_{2\tau} - \frac{1}{\mu_1} B_{1\tau} = -\mu_0 [ni],$	$\frac{1}{\mu_2 - 1} I_{2\tau} - \frac{1}{\mu_1 - 1} I_{1\tau} = -[ni],$	$H_{2\tau} - H_{1\tau} = -[ni].$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau}}{B_{1n}} \cdot \frac{B_{2n}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$



Неограниченный и ограниченный в пространстве непроводящий магнетик в системе проводников с токами



Рассмотрим однородный линейный изотропный непроводящий магнетик, который заполняет все пространство, где имеется поле и создающие его постоянные токи. Пусть в этом магнетике имеется тонкий проводник с линейным током J . На границе магнетика с проводом появится поверхностный ток намагничивания J_m , имеющий то же направление, что и ток проводимости (см. рис.).

Как было показано в п. 6.1, сила тока намагничивания однозначно связана с силой тока проводимости: $J_m = (\mu - 1)J$.

При достаточно тонких проводах и проводящих лентах конфигурации токов намагничивания и токов проводимости практически совпадают, поэтому магнитные индукции полей этих токов во всех точках пространства связаны так же, как и соответствующие им токи:

$$\mathbf{B}_m = \chi \mathbf{B}_0 = (\mu - 1) \mathbf{B}_0.$$

При этом поле в магнетике будет суперпозицией магнитных полей тока проводимости \mathbf{B}_0 и тока намагничивания \mathbf{B}_m :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m = (1 + \chi) \mathbf{B}_0 = \mu \mathbf{B}_0 \quad \text{и} \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu} = \frac{\mu \mathbf{B}_0}{\mu_0 \mu} = \mathbf{H}_0.$$

Таким образом, **при заполнении пространства однородным изотропным непроводящим магнетиком магнитная индукция возрастает в μ раз, а напряженность поля не меняется.**

Полученные соотношения для напряженности и индукции магнитного поля справедливы и в более общем случае, когда однородный линейный изотропный магнетик целиком заполняет весь объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями вектора магнитной индукции поля токов проводимости. В этом случае для напряженности магнитного поля соответствующая система дифференциальных уравнений в области однородного линейного изотропного магнетика, где нет токов проводимости, будет той же, что и в отсутствие магнетика.

Без магнетика:

$$\operatorname{div} \mathbf{H}_0 = \operatorname{div} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \mathbf{B}_0 = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{j} = 0.$$

С магнетиком:

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \operatorname{div} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu} = \frac{1}{\mu_0 \mu} \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} = 0.$$

Теми же будут и граничные условия на поверхностях, которые образованы линиями вектора магнитной индукции поля токов проводимости.

Без магнетика (по обе стороны поверхности, образованной линиями вектора магнитной индукции поля токов проводимости в вакууме):

$$H_{02n} = \frac{1}{\mu_0} B_{02n} = 0, \quad H_{02\tau} - H_{01\tau} = 0.$$

С магнетиком (по обе стороны поверхности раздела магнетик – вакуум, образованной линиями вектора магнитной индукции поля токов проводимости в вакууме, где нет токов проводимости; см. рис.):

$$H_{2n} = \frac{1}{\mu_0 \mu} B_{2n} = \frac{1}{\mu_0 \mu} B_{1n} = 0, \quad H_{2\tau} - H_{1\tau} = 0.$$

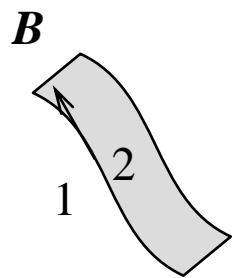
Следовательно, $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ во всей области однородного изотропного магнетика, а это означает, что остаются справедливыми и соотношения для индукции магнитного поля в этой области –

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu \mathbf{B}_0(\mathbf{r}).$$

В рассмотренном случае однородного линейного изотропного магнетика, целиком заполняющего весь объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями вектора магнитной индукции поля токов проводимости, напряженность магнитного поля определяется только токами проводимости.

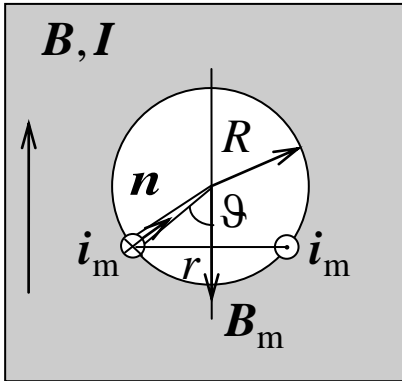
Замечание.

Поле вектора напряженности зависит в общем случае от всех токов – и от токов проводимости и от токов намагничивания (как и поле индукции). Лишь в некоторых случаях поле напряженности определяется только токами проводимости (см. выше) – именно для таких случаев вектор напряженности является весьма полезным. Теорема о циркуляции вектора \mathbf{H} выражает лишь определенное свойство поля этого вектора, само же поле эта теорема однозначно не определяет.



Магнитное поле внутри физически бесконечно малой шаровой полости

Убираем шаровую часть однородно намагниченного магнетика (см. рис.). Пусть шар имеет физически бесконечно малые размеры, так, что намагниченность окружающего его магнетика останется однородной.



Посчитаем магнитную индукцию \mathbf{B}_m поля в центре однородно намагниченного шара от распределенных по поверхности токов намагничивания с линейной плотностью $i_m = [I\mathbf{n}]$, где \mathbf{n} – нормаль к поверхности магнетика в шаровой полости, \mathbf{I} – вектор намагниченности магнетика:

$$dJ_m = i_m R d\vartheta = IR \sin \vartheta d\vartheta,$$

$$dB_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi r dJ_m}{R^2} \sin \vartheta = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{R \sin \vartheta \cdot IR \sin \vartheta d\vartheta}{R^2} \sin \vartheta = \frac{\mu_0}{2} I \sin^3 \vartheta d\vartheta,$$

$$B_m = \int_0^\pi \frac{\mu_0}{2} I \sin^3 \vartheta d\vartheta = -\frac{\mu_0}{2} I \int_1^{-1} (1 - z^2) dz = \frac{\mu_0}{2} I \left(z - \frac{z^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3} \mu_0 I.$$

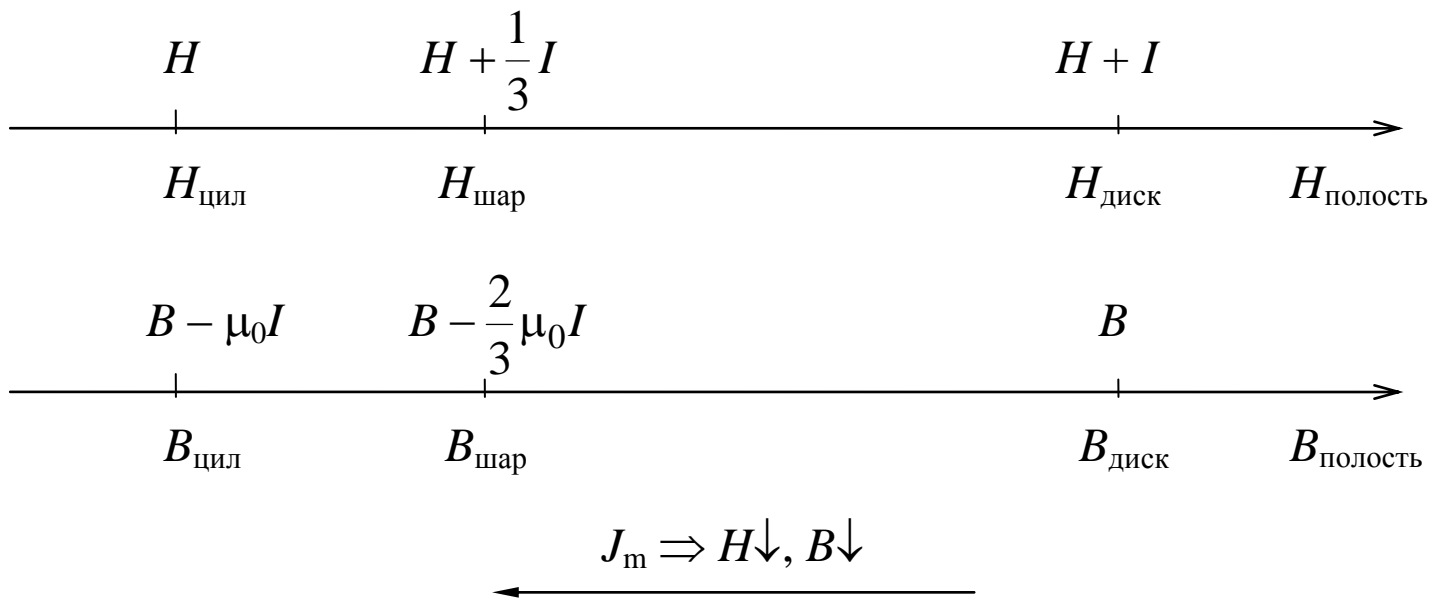
В соответствии с принципом суперпозиции с учетом направления полевых векторов в центре шаровой полости получим для магнитной индукции:

$$\mathbf{B}_{\text{шар}} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_m = \mathbf{B} - \frac{2}{3} \mu_0 \mathbf{I},$$

и для напряженности магнитного поля:

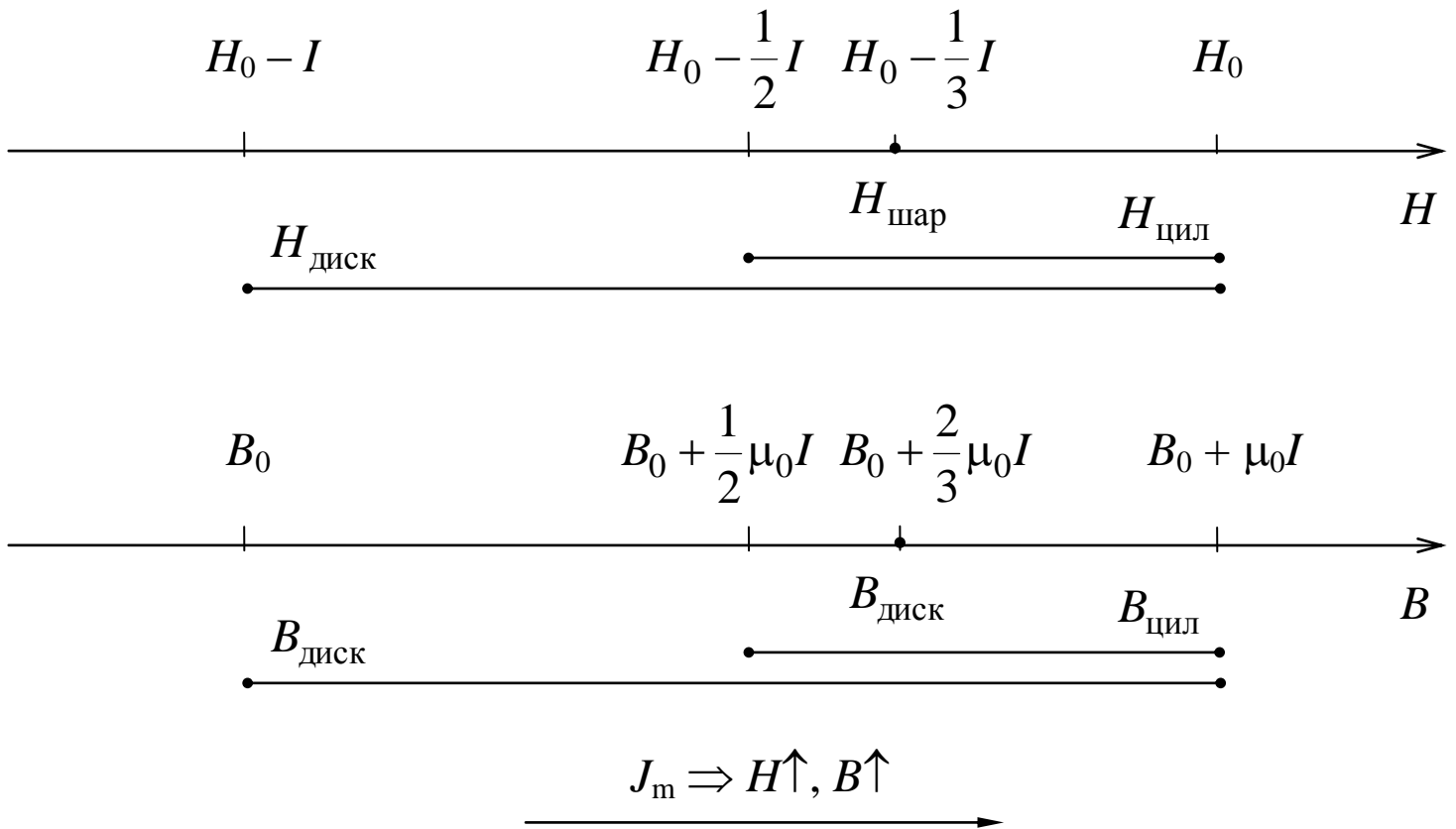
$$\mathbf{H}_{\text{шар}} = \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{B} - \frac{2}{3} \mu_0 \mathbf{I} \right) = (\mathbf{H} + \mathbf{I}) - \frac{2}{3} \mathbf{I} = \mathbf{H} + \frac{1}{3} \mathbf{I}.$$

Магнитное поле внутри полостей магнетика



В случае положительной магнитной восприимчивости $\chi > 0$, токи намагничивания на внутренней поверхности полости уменьшают напряженность и магнитную индукцию поля в полости. Максимально возможные напряженность ($H + I$) и индукция (B) магнитного поля в полости реализуются в случае очень тонкого диска, минимальные напряженность (H) и магнитная индукция ($B - \mu_0 I$) – в случае очень тонкого цилиндра (см. рис.).

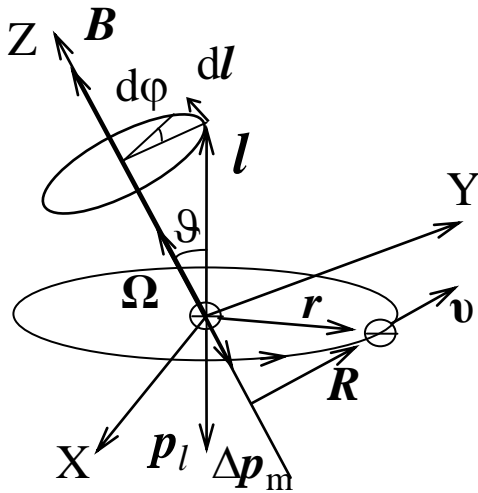
Магнитное поле внутри ограниченного в пространстве магнетика



В случае положительной магнитной восприимчивости $\chi > 0$ (для парамагнетиков и ферромагнетиков) токи намагничивания на поверхности магнетика увеличивают магнитную индукцию и напряженность поля в магнетике. Максимально возможная напряженность (H_0) и индукция ($B_0 + \mu_0 I$) магнитного поля в ограниченном в пространстве магнетике реализуется в случае очень тонкого цилиндра, минимальные напряженность ($H_0 - I$) и индукция (B_0) магнитного поля – в случае очень тонкого диска (см. рис.).

Ларморова прецессия

Поместим атом во внешнее магнитное поле с магнитной индукцией \mathbf{B} вдоль оси Z , направленной под углом ϑ к механическому моменту электрона \mathbf{l} (см. рис.).



На замкнутый ток, обладающий магнитным моментом p_l , действует момент сил $\mathbf{M} = [\mathbf{p}_l \mathbf{B}]$. Запишем закон изменения момента импульса электрона на орбите:

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{M} = [\mathbf{p}_l \mathbf{B}].$$

Обычно силы, действующие на электроны во внешних магнитных полях, гораздо меньше силы их притяжения к ядру:

$$F_L = e v B \ll F_{\text{ат}} = e E_{\text{ат}}.$$

Действительно, в этом случае:

$$B \ll \frac{E_{\text{ат}}}{v} \cong \frac{10^{12}}{2 \cdot 10^6} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Тл.}$$

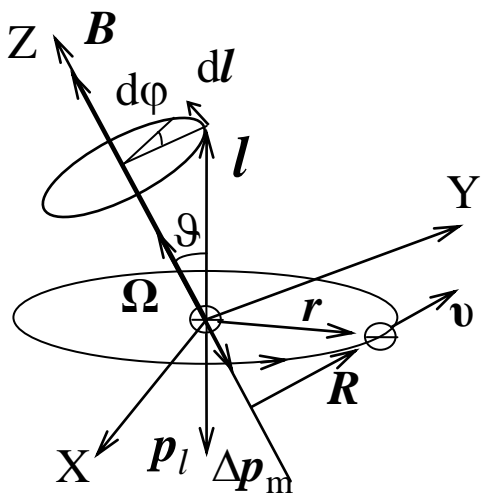
Поэтому орбиты с находящимися на них электронами во внешних магнитных полях ведут себя как **жесткие орбиты** – их радиусы практически не меняются.

Более того, импульс момента внешних сил за период вращения электрона T гораздо меньше его механического момента:

$$MT = p_l B T \ll l,$$

$$B \ll \frac{l}{p_l} \cdot \frac{v}{2\pi r} = \frac{2m}{e} \cdot \frac{v}{2\pi r} = \frac{mv}{e\pi r} \cong \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3.14 \cdot 0.5 \cdot 10^{-10}} \cong 0.8 \cdot 10^5 \text{ Тл.}$$

Следовательно, электрон на жесткой орбите ведет себя как **гироскоп во внешнем силовом поле**. Возникает **ларморова прецессия** – дополнительное вращение электрона (его орбиты как единого целого) во внешнем магнитном поле, угловая скорость которого направлена вдоль этого поля.



Найдем угловую скорость (угловую частоту) ларморовой прецессии, воспользовавшись законом изменения момента импульса:

$$\begin{aligned} \Omega &\equiv \frac{d\varphi}{dt} = \frac{|d\mathbf{l}|}{l \sin \vartheta \cdot dt} = \frac{|\mathbf{M}| dt}{l \sin \vartheta \cdot dt} = \\ &= \frac{p_l B \sin \vartheta}{l \sin \vartheta} = \frac{p_l B}{l} = |\Gamma_l| B = \frac{e}{2m} B, \\ \Omega &= -\Gamma_l B = \frac{e}{2m} \mathbf{B} \neq f(\vartheta, r, v). \end{aligned}$$

Заметим, что для всех электронов атома ларморова частота вращения будет одинаковой, поскольку частота ларморовой прецессии не зависит ни от ориентации орбиты (угла ϑ), ни от радиуса орбиты r , ни от скорости движения электрона по орбите v !

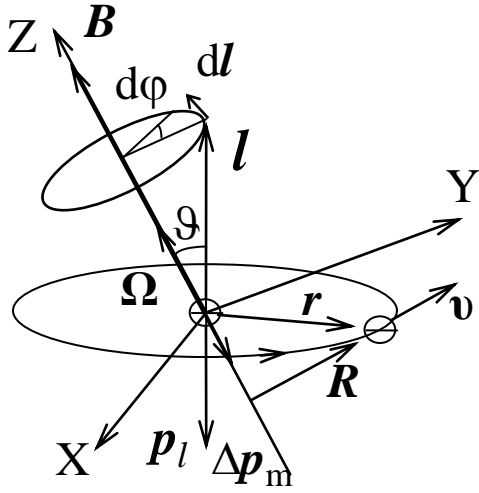
Оценим угловую частоту ларморовой прецессии. Пусть $B \sim 1$ Тл, тогда

$$\Omega = \frac{e}{2m} B \cong \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} 1 \cong 10^{11} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \ll \omega \cong 4 \cdot 10^{16} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Замечание. Все изложенное применимо к изолированным атомам газообразных магнетиков. Однако качественно можно эти результаты применить в тех случаях, когда электронная оболочка может более или менее свободно вращаться вокруг ядра атома. Если электронная оболочка обладает сферической симметрией, то свободное вращение этой оболочки может иметь место в жидких и твердых магнетиках. Опыт показывает, что результаты рассмотрения применимы к жидким и твердым пара- и диамагнетикам.

Классическое описание диамагнетизма

При наложении поля возникает прецессия орбит с одинаковой частотой прецессии Ω , в результате которой появляется дополнительный магнитный момент Δp_m , направленный против внешнего поля.



Если у атома полный момент равен нулю, то его вектор намагниченности и определяется прецессией.

Поскольку электрон изначально движется по орбитам, случайным образом ориентированным относительно поля, то момент Δp_m будет равен результату усреднения по времени прецессии, которое гораздо больше времени обращения электрона по орбите:

$$\Delta p_m = \langle -e v_{\Omega} S_R \mathbf{k} \rangle = \left\langle -e \frac{\Omega}{2\pi} \pi R^2 \right\rangle \mathbf{k} = -e \frac{\Omega}{2} \langle R^2 \rangle \mathbf{k},$$

где S_R и R – площадь и радиус элемента поверхности, описываемой электроном в результате прецессии.

Заметим, что $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ и $R^2 = x^2 + y^2$. При этом в атоме:

$$\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle = 3 \langle x^2 \rangle \text{ и } \langle R^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle,$$

$\langle r^2 \rangle$ – средний квадрат радиуса орбиты электрона. Следовательно:

$$\Delta p_m = -e \frac{\Omega}{2} \langle R^2 \rangle \mathbf{k} = -e \frac{\Omega}{3} \langle r^2 \rangle \mathbf{k} = -e \frac{eB}{3 \cdot 2m} \langle r^2 \rangle \mathbf{k} = -\frac{e^2}{6m} \langle r^2 \rangle \mathbf{B}.$$

Если Z – число электронов в атоме и N – концентрация атомов в веществе, то суммированием и усреднением по всем электронам атомов в единице объема при $|\chi| \ll 1$ получим:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{dV} \sum_{i(dV)} \Delta p_{m,i} = NZ \Delta p_m = -NZ \frac{e^2}{6m} \overline{\langle r^2 \rangle} \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} \stackrel{|\chi| \ll 1}{\cong} -\mu_0 NZ \frac{e^2}{6m} \overline{\langle r^2 \rangle} \mathbf{H},$$

$$\chi = -\mu_0 NZ \frac{e^2}{6m} \overline{\langle r^2 \rangle}.$$

Как видим, магнитная восприимчивость диамагнетиков **не зависит от температуры**.

Ларморовское движение электронов устанавливается **очень быстро**. Тепловое движение и столкновение атомов не выводят их на сколько-нибудь заметное время из состояния ларморовой прецессии.

Оценка диамагнитной восприимчивости для твердого тела:

$$N = \frac{1}{a^3} \cong \frac{1}{(2 \cdot 10^{-10})^3} \cong 10^{29} \frac{1}{\text{м}^3},$$

$$\chi = -\mu_0 NZ \frac{e^2}{6m} \overline{\langle r^2 \rangle} \cong$$

$$\cong -10^{29} \cdot 50 \cdot \frac{4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7} \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{6 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} \cdot (5 \cdot 10^{-11})^2 \cong -7.4 \cdot 10^{-5}.$$

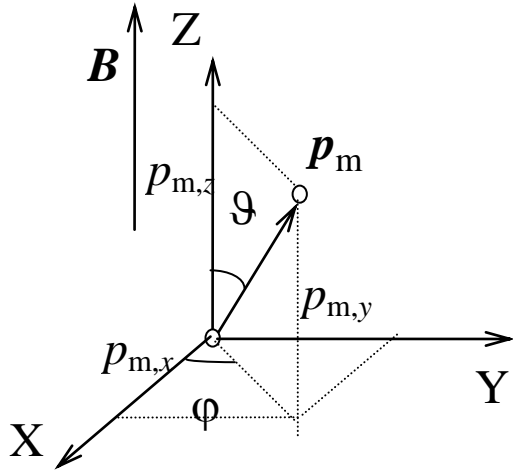
Здесь a – среднее расстояние между атомами.

Заметим, что для серебра – $\chi \cong -2.6 \cdot 10^{-5}$.

Любой магнетик обладает диамагнетизмом. Если он является парамагнетиком, то его диамагнетизм вызван прецессией магнитных моментов атомов вокруг направления вектора индукции магнитного поля, созданного в системе координат, где магнетик как целое покоится. Его диамагнетизм является результатом прецессии электронов атомов относительно кристаллической решетки магнетика.

Намагничивание парамагнетиков

Механизм намагничивания парамагнетиков аналогичен механизму поляризации полярных диэлектриков (см. Главу II).



Так как магнетик находится в тепловом равновесии с окружающей средой при температуре T , то его распределение по состояниям определяется потенциальной энергией – распределением Больцмана. Энергия магнитных моментов атомов во внешнем поле определяется ориентацией моментов во внешнем поле – $W = -\mathbf{p}_m \cdot \mathbf{B}$, и распределение Больцмана дает распределение моментов по азимутальному φ и полярному ϑ углам, задающим эту ориентацию (см. рис.).

Вероятность того, что магнитный момент направлен внутри телесного угла $d\Omega = \sin\vartheta d\varphi d\vartheta$, равна:

$$df(\Omega) = Ce^{-\frac{W}{k_B T}} d\Omega = Ce^{\frac{p_m B \cos\vartheta}{k_B T}} \sin\vartheta d\varphi d\vartheta = df(\varphi, \vartheta).$$

Вектор намагниченности среды, равный

$$\mathbf{I} \equiv \frac{1}{dV} \sum_{i(dV)} \mathbf{p}_{m_i} = N \langle \mathbf{p}_m \rangle = N \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{p}_m Ce^{-\frac{W}{k_B T}} d\Omega,$$

очевидно, будет направлен вдоль поля, поскольку

$$\langle p_{m,x} \rangle = p_m \langle \sin\vartheta \cos\varphi \rangle = 0 \text{ и } \langle p_{m,y} \rangle = p_m \langle \sin\vartheta \sin\varphi \rangle = 0.$$

Таким образом, вектор намагниченности $\bar{\mathbf{I}}$ будет равен:

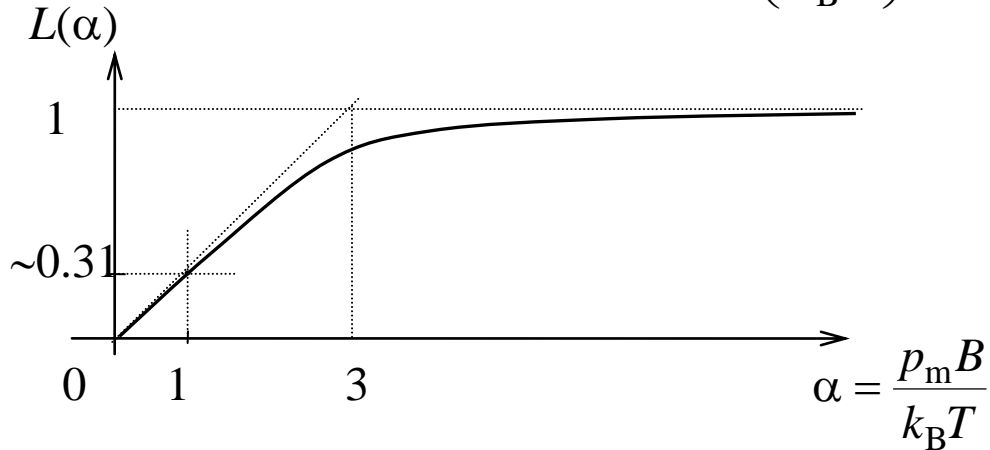
$$\mathbf{I} = N \langle p_{m,z} \rangle \mathbf{k} = N p_m \langle \cos\vartheta \rangle \mathbf{k}.$$

Запишем среднее значение $\langle \cos\vartheta \rangle$, которое мы уже находили при рассмотрении механизма поляризации полярных диэлектриков, оно будет равно функции Ланжевена:

$$\langle \cos\vartheta \rangle = \text{cth } \alpha - \frac{1}{\alpha} = \frac{l^\alpha + l^{-\alpha}}{l^\alpha - l^{-\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \equiv L(\alpha), \text{ где } \alpha \equiv \frac{p_m B}{k_B T}.$$

Следовательно (см. рис.):

$$I = Np_m \langle \cos \vartheta \rangle \mathbf{k} = Np_m L(\alpha) \mathbf{k} = Np_m L\left(\frac{p_m B}{k_B T}\right) \mathbf{k}.$$



При сравнительно высоких температурах T и слабых магнитных полях B , когда $\alpha \equiv \frac{p_m B}{k_B T} \ll 1$ (при $T = 300$ К $B \ll \frac{k_B T}{p_m} \cong \frac{k_B T}{eV} \cong \frac{k_B T 2\pi r}{eV \pi r^2} = \frac{2k_B T}{eVr} \cong \frac{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0.5 \cdot 10^{-10}} \cong 0.5 \cdot 10^3$ Тл), $L(\alpha) \cong \frac{\alpha}{3}$ и

$$I = Np_m L\left(\frac{p_m B}{k_B T}\right) \mathbf{k} \cong Np_m \frac{p_m B}{3k_B T} \mathbf{k} = N \frac{p_m^2}{3k_B T} \mathbf{B} \underset{\chi \ll 1}{\cong} \mu_0 N \frac{p_m^2}{3k_B T} \mathbf{H}.$$

Магнитная восприимчивость парамагнетиков будет равна:

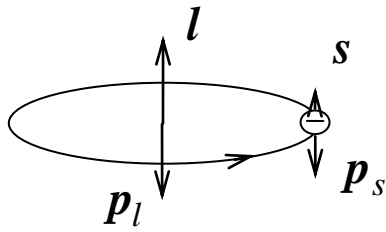
$$\chi = \frac{\mu_0 N p_m^2}{3k_B} \cdot \frac{1}{T} \equiv \frac{C}{T} \text{ (закон Кюри); } \chi = \frac{C}{T - T_0} \text{ (закон Кюри-Вейса).}$$

Оценим магнитную восприимчивость парамагнетика:

$$\begin{aligned} \chi &= \mu_0 N \frac{p_m^2}{3k_B T} \cong \mu_0 N \frac{(ev \cdot \pi r^2)^2}{3k_B T} \cong \mu_0 N \frac{\left(\frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2\right)^2}{3k_B T} \cong \mu_0 N \frac{(evr/2)^2}{3k_B T} \cong \\ &\cong 4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{29} \frac{(1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-11})^2}{4 \cdot 3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \cong 6.4 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

Для платины – $\chi \cong 3 \cdot 10^{-4}$. Это означает, что для парамагнетиков диамагнитной восприимчивостью, которая обычно существенно меньше ($\sim 10^{-5}$), можно пренебречь.

Механический и магнитный моменты атома. g -Фактор



Магнитные моменты атомов возникают за счет наличия у электронов орбитального механического момента l , которому соответствует магнитный момент p_l , и наличия у каждого электрона собственного механического момента s – **спина** электрона, которому соответствует собственный магнитный момент p_s (см. рис.).

Обычно орбитальные моменты отдельных электронов l_i связываются между собой, образуя **орбитальный момент атома** $\{l_i\} \Rightarrow L$, а спиновые моменты отдельных электронов s_i связываются между собой, образуя **спиновый момент атома** $\{s_i\} \Rightarrow S$. В основе механизма связывания – квантовый механизм электрической природы – принцип Паули.

Принцип Паули – в квантовой системе две тождественные частицы с полуцелым спином (в том числе электроны) не могут одновременно находиться в одном состоянии (с одинаковым спином и орбитальным моментом в одной точке пространства).

Каждый электрон, двигаясь в магнитном поле, создаваемом орбитальным движением всех электронов, благодаря наличию спинового магнитного момента p_s взаимодействует с этим полем. Это взаимодействие называется спин-орбитальным или L – S -взаимодействием. Благодаря этому взаимодействию полный орбитальный момент электронов L связывается с их полным спиновым магнитным моментом S , образуя полный момент атома $\{L, S\} \Rightarrow J$. Такой путь образования полного момента атома называется **L – S -связью (связью Рассела-Саундерса)**. В той же последовательности получают и соответствующие магнитные моменты электронов, образуя полный магнитный момент атома.

Возможен и другой путь образования полного механического J и магнитного моментов p_J атома. Сначала спиновый момент каждого электрона s_i связывается с орбитальным моментом того же электрона l_i , образуя полный момент электрона $\{s_i, l_i\} \Rightarrow j_i$, а затем полные моменты электронов j_i связываются между собой, и получается полный момент атома $\{j_i\} \Rightarrow J$. Это так называемая **j – j -связь**. Одна-

ко такая связь в большинстве случаев (за исключением самых тяжелых элементов) не реализуется, поскольку энергия взаимодействия спинового момента электрона с его собственным орбитальным моментом оказывается меньше, чем энергия его взаимодействия со спиновыми моментами других электронов.

Правила заполнения оболочек электронами эмпирически установлены в 1925 г. немецким физиком-теоретиком Фридрихом Хундом. В случае свободных атомов энергетически выгодным является такое заполнение, при котором при рассматриваемой электронной конфигурации:

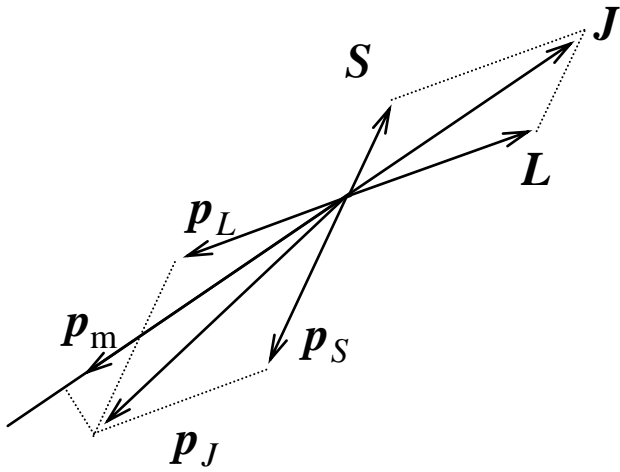
1) полный спиновый момент атома (его квантовое число S) максимален и для данного спинового момента полный орбитальный момент атома (его квантовое число L) максимален;

2) для оболочек заполненных меньше, чем на половину, полный момент (его квантовое число J) имеет минимальную величину $J = |L - S|$ (L и S – квантовые числа орбитального и спинового моментов), а для оболочек заполненных больше, чем на половину – максимальную величину $J = L + S$.

Благодаря этому орбитальный L и спиновый S моменты, а также полный момент J полностью заполненных оболочек равен нулю. Следовательно, **магнитный момент атома определяется лишь электронами не полностью заполненных оболочек.**

Вопрос о сложении магнитного орбитального момента p_L атома с магнитным спиновым моментом p_S атома требует учета того обстоятельства, что коэффициент пропорциональности между орбитальным магнитным моментом p_L и орбитальным механическим моментом L атома (орбитальное гиромагнитное отношение Γ_l) отличается от коэффициента пропорциональности между полным спиновым магнитным моментом p_S и спином S атома (спинового гиромагнитного отношения Γ_s).

В атоме механические моменты L и S складываются по правилу сложения векторов, а сложение магнитных моментов p_L и p_S получается как следствие сложения механических моментов.



В результате полный магнитный момент атома p_J может быть неколлинеарным с его полным механическим моментом J (см. рис.). Магнитный момент орбитального движения электронов связан с механическим моментом этого движения орбитальным гиромагнитным отношением Γ_l :

$$p_L = \Gamma_l L = -\frac{e}{2m} L.$$

Собственный магнитный момент электронов также связан с их собственным механическим моментом – спином, но с другим спиновым гиромагнитным отношением Γ_s :

$$p_S = \Gamma_s S = -\frac{e}{m} S.$$

Поэтому ясно, что магнитный момент атома p_J связан с его механическим моментом J также определенным соотношением.

Полный механический момент изолированной системы сохраняется, следовательно, в свободном атоме полный механический момент J сохраняет свое направление в пространстве.

Полный магнитный момент p_J в результате движения электронов прецессирует вокруг направления полного механического момента, причем скорость этой прецессии определяется временами внутриатомных процессов, т.е. велика. Поэтому при взаимодействии магнитного момента с внешними полями эффективное значение имеет только компонента p_m полного магнитного момента p_J в направлении полного механического момента.

Таким образом, во всех случаях для атома соотношение между моментами p_m и J можно представить в виде:

$$p_m = \Gamma J = -g \frac{e}{2m} J.$$

Здесь **g-фактор**, причем $g = 1$ – для чисто орбитального движения электронов в атоме (при $S = 0$) и $g = 2$ – для чисто собственного их движения (при $L = 0$). Для атомов эта величина имеет промежуточ-

ное значение в зависимости от относительных вкладов орбитального движения электронов и их спинов.

Для всего магнетика магнитный момент равен:

$$IV = \sum_i p_{mi} = \sum_i \Gamma J_i = \Gamma \sum_i J_i = \Gamma N_{\text{мол}},$$

Здесь суммирование ведется по всем атомам в магнетике, V – объем магнетика, а $N_{\text{мол}}$ – механический момент, приобретаемый атомами за счет изменения характера движения их электронов при намагничивании (механический момент молекулярных токов, создаваемых электронами, а после макроскопического усреднения – токов намагничивания).

Как видим, механический момент молекулярных токов и намагниченность магнетика оказываются взаимосвязанными:

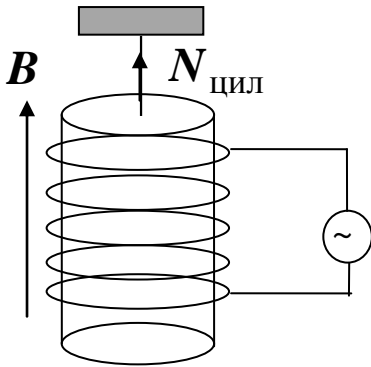
$$N_{\text{мол}} = \frac{V}{\Gamma} I \text{ или } I = \frac{\Gamma}{V} N_{\text{мол}}.$$

Рассмотрим теперь эффекты, в которых проявляется взаимосвязь между механическим и магнитным моментами микрочастиц – **гиромагнитные эффекты**.

Магнитомеханический эффект

Идея: **всякое изменение намагничивания магнетика должно сопровождаться определенными механическими явлениями.**

Этот эффект впервые наблюдали немецкий физик Альберт Эйнштейн и нидерландский физик Вандер Йоханес де Гааз в 1915 г.



Рассмотрим цилиндр из пара- или ферромагнетика, подвешенный на упругой нити и помещенный в переменное магнитное поле электромагнита (см. рис.).

Полный механический момент цилиндра складывается из механических моментов молекулярных токов $N_{\text{мол}}$ и механического момента всех атомов (цилиндра как целого) $N_{\text{цил}}$.

Для изолированной системы механический момент сохраняется:

$$N_{\text{цил}} + N_{\text{мол}} = 0.$$

При намагничивании механический момент молекулярных токов изменяется, изменяется и момент цилиндра как целого:

$$N_{\text{цил}} = -N_{\text{мол}} = -\frac{V}{\Gamma} \mathbf{I} = \frac{2m}{ge} V \mathbf{I}.$$

Изменение направления намагничивания меняет и направление вращения цилиндра.

Для регистрации поворота цилиндра использовалось зеркальце, а для усиления эффекта использовался механический резонанс.

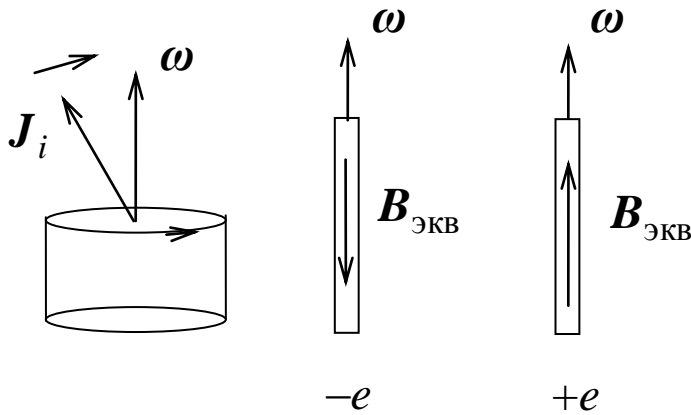
Для железного цилиндра диаметром несколько миллиметров в поле напряженности $H = 10^4$ А/м ($B \cong 1.26 \cdot 10^{-2}$ Тл) угловая скорость имела значение $\sim 10^{-3}$ рад/с.

В результате для ферромагнетиков $-\Gamma < 0$, и $g = 2$.

Опыт является **прямым экспериментальным доказательством существования собственных механического (спинового) и магнитного моментов электрона** и того, что в случае ферромагнетиков магнетизм обусловлен одним лишь спином электронов, а не их орбитальным движением.

Механомагнитный эффект

Наряду с магнитомеханическим эффектом существует и обратный ему – **механомагнитный эффект** – механическое вращение тела вызывает его намагничивание. Этот эффект был обнаружен американским физиком Сэмюэлом Джексоном Барнеттом в 1909 г.



В его опытах железный цилиндр (ферромагнетик) приводился в быстрое вращение вокруг оси (см. рис.). Затем измерялось намагничивание, вызванное вращением. За количественную меру наблюдаемого эффекта принималась такое внешнее магнитное поле, которое вызывало то же намагничивание.

В магнитном поле электронная оболочка атома приходит во вращение относительно кристаллической решетки с угловой скоростью прецессии $\Omega = -\Gamma B$, которое приводит к возникновению диамагнитной составляющей намагниченности.

Приведем во вращательное движение магнетик как целое. Электронные оболочки отдельных атомов представляют собой маленькие **гироскопы**, которые стремятся сохранить направление своей оси вращения в пространстве. Поэтому направление их магнитных моментов в пространстве также сохраняется неизменным. Следовательно, относительно кристаллической решетки магнетика эти магнитные моменты будут совершать прецессионное движение с частотой $\Omega = -\omega$. Но такое движение приводит к дополнительному намагничиванию магнетика. Другими словами, вращение тела с угловой скоростью ω вызывает такое же диамагнитное намагничивание, как и магнитное поле с индукцией (см. рис.):

$$B_{\text{экв}} = -\frac{\Omega}{\Gamma} = \frac{\omega}{\Gamma} = -\frac{2m}{ge} \omega,$$

где ω – угловая скорость вращения атомной решетки магнетика.

Эквивалентное магнитное поле оказывается весьма малым. Например, при скорости вращения в $\nu = 1000$ об/с магнитная индукция эквивалентного поля равна:

$$B_{\text{экв}} = \frac{2m}{ge} \omega = \frac{2m}{ge} 2\pi\nu \cong \frac{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} 6.28 \cdot 10^3 \cong 4 \cdot 10^{-8} \text{ Тл.}$$

Эта индукция примерно в тысячу раз меньше индукции магнитного поля Земли ($B \sim 5 \cdot 10^{-5}$ Тл).

В результате проведенных экспериментов – $\Gamma < 0$, и $g = 2$.

Магнитомеханические и механомагнитные явления доказывают, что **молекулярные токи**, обуславливающие намагниченность, **обладают механическим моментом**. Знак возникающего намагничивания соответствует отрицательному заряду движущихся частиц – **электронов**. Полученное значение g -фактора в случае ферромагнетиков доказывает, что их **магнетизм обусловлен спинами электронов**.